Niveau(x) d'enseignement: 3 Numéro EDUQ : 8370134
Centre d'intérêt: 841

Lunkenbein, Dieter, 1937-.

Hexaèdres (8, 12), famille du cube = Hexahedra (8, 12), relatives of the cube / [D. Lunkenbein ; rédacteur, J. Roy ; collab., H. Allard, C. Goupil]. -- Sherbrooke : Université de Sherbrooke, Département de mathématiques et d'informatique, Section Enseignement, c1981.
[14, 143 p. : ill., graph. ; 27 cm.

Titres des couv. Texte en français et en anglais tête-bêche.

Cote Dewey: 372.7/L963h Cote LC: QA/11

Descripteur(s): *Mathématiques *Perception visuelle *Jeu éducatif *Guide pédagogique *Primaire (Niveau)

Identificateur(s) de sujet: *Géométrie *Hexaèdre *Structuration des connaissances

---

Le document présente un matériel d'apprentissage constitué de 33 blocs hexaèdres qui font partie de la classe des hexaèdres connexes ayant huit sommets et douze arêtes et dont le représentant le plus connu est le cube. Ce matériel a été conçu afin d'assurer un support concret à un processus de structuration de nature mathématique: par des activités de discrimination, de classification et de sériation ici exposées, l'élève est amené à réaliser progressivement un processus de structuration des hexaèdres.

Type de document: d
Financement: Bénéficiaire - Université de Sherbrooke
Organisme(s) source(s) - MEQ
Programme(s) de subvention - FCAC
Auteur de l'analyse: ar

E D U Q 8370134

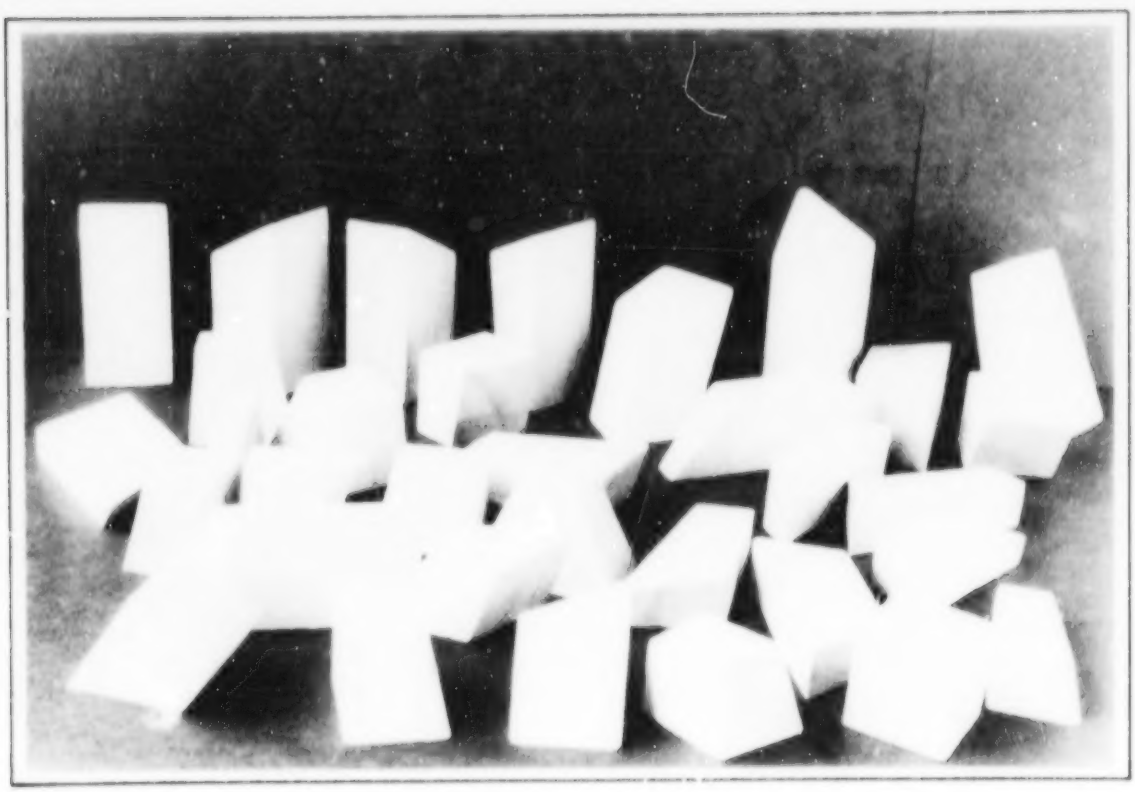
HEXAÈDRES (8,12)

(FAMILLE DU CUBE)

DESCRIPTION GENERALE

Ce matériel d'apprentissage est constitué de 33 blocs hexaèdres qui font partie de la classe des hexaèdres convexes ayant 8 sommets et 12 arêtes (H(8,12)) et dont le représentant le plus connu est le cube.

Par des activités de discrimination de classification et de sériation, l'étudiant est amené à réaliser progressivement un processus de structuration des hexaèdres de la classe H (8,12); ce matériel a été conçu afin d'assurer un support concret à ce processus de structuration.



Section enseignement, Département de mathématiques et d'informatique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec. J1K 2R1

DESCRIPTION PARTICULIERE

Une propriété commune aux hexaèdres de la famille du cube est qu'ils ont tous trois paires de faces opposées, ces dernières pouvant être parallèles ou non. Ces faces opposées sont reliées par un quadruplet d'arêtes, lesquelles peuvent également être parallèles ou non. Le parallélisme des faces opposées et celui des arêtes qui relient ces faces sont deux critères qui permettent d'amorcer un processus de discrimination parmi les hexaèdres.

A ces deux critères, un troisième peut s'ajouter, celui de prisme. La notion de prisme hexaèdre peut se définir à partir des deux critères précédemment élaborés: hexaèdre ayant au moins une paire de faces parallèles reliées par un quadruplet d'arêtes parallèles.

Ainsi, tout représentant de la classe H (8,12) peut être caractérisé à l'aide des trois critères suivants:

- nombre de paires de faces parallèles: {0, 1, 2, 3}
- nombre de quadruplets d'arêtes parallèles: {0, 1, 2, 3}
- non-prisme ou prisme: {0, 1}

Chaque représentant de cette classe peut être symbolisé par un triplet de nombres naturels qui représentent la valeur de chacun des trois critères dans l'ordre mentionné ci-haut.

Exemples:

a) (2,2,1)

2 paires de faces parallèles

2 quadruplets d'arêtes parallèles

prisme

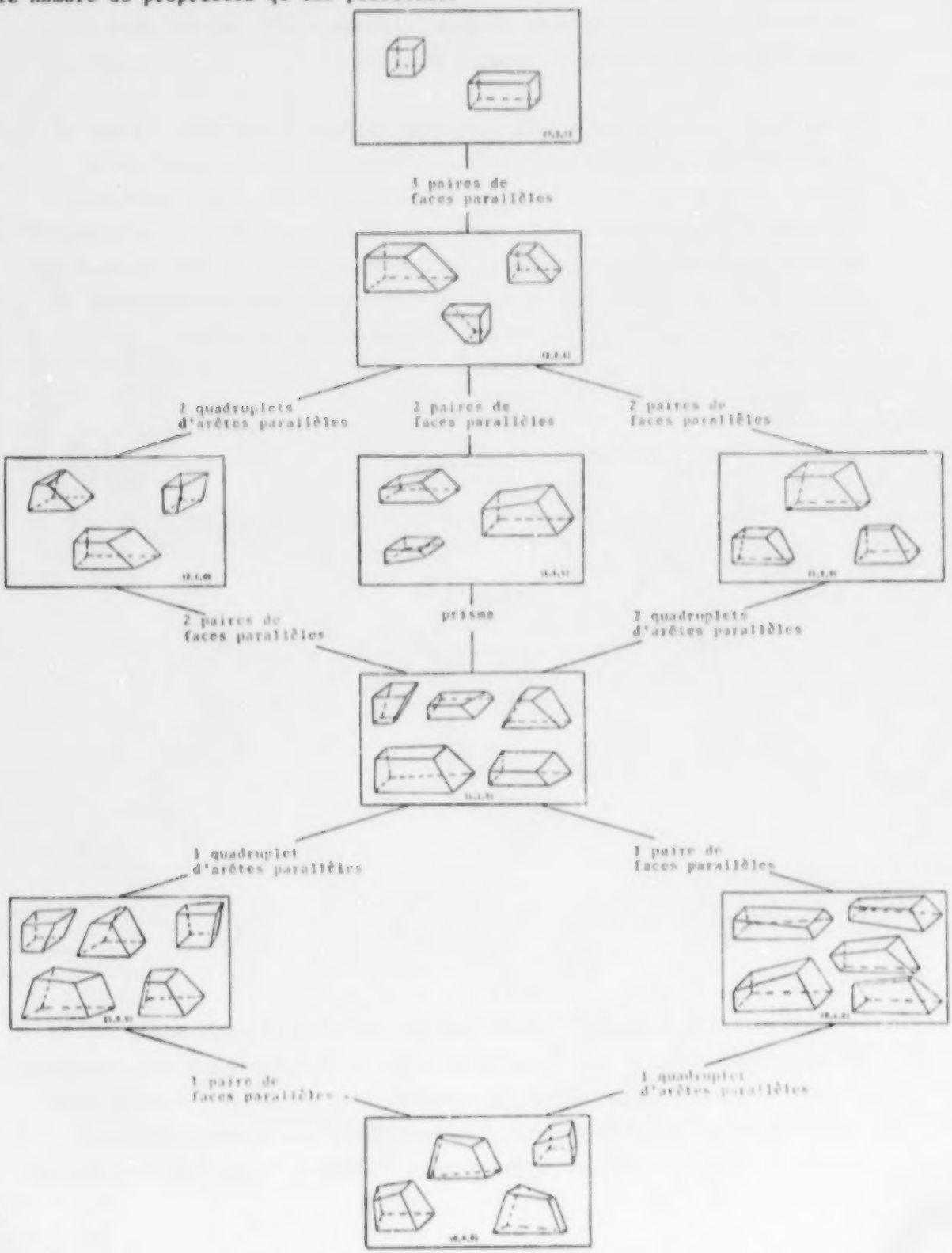
b) (2,1,0)

2 paires de faces parallèles

1 quadruplet d'arêtes parallèles

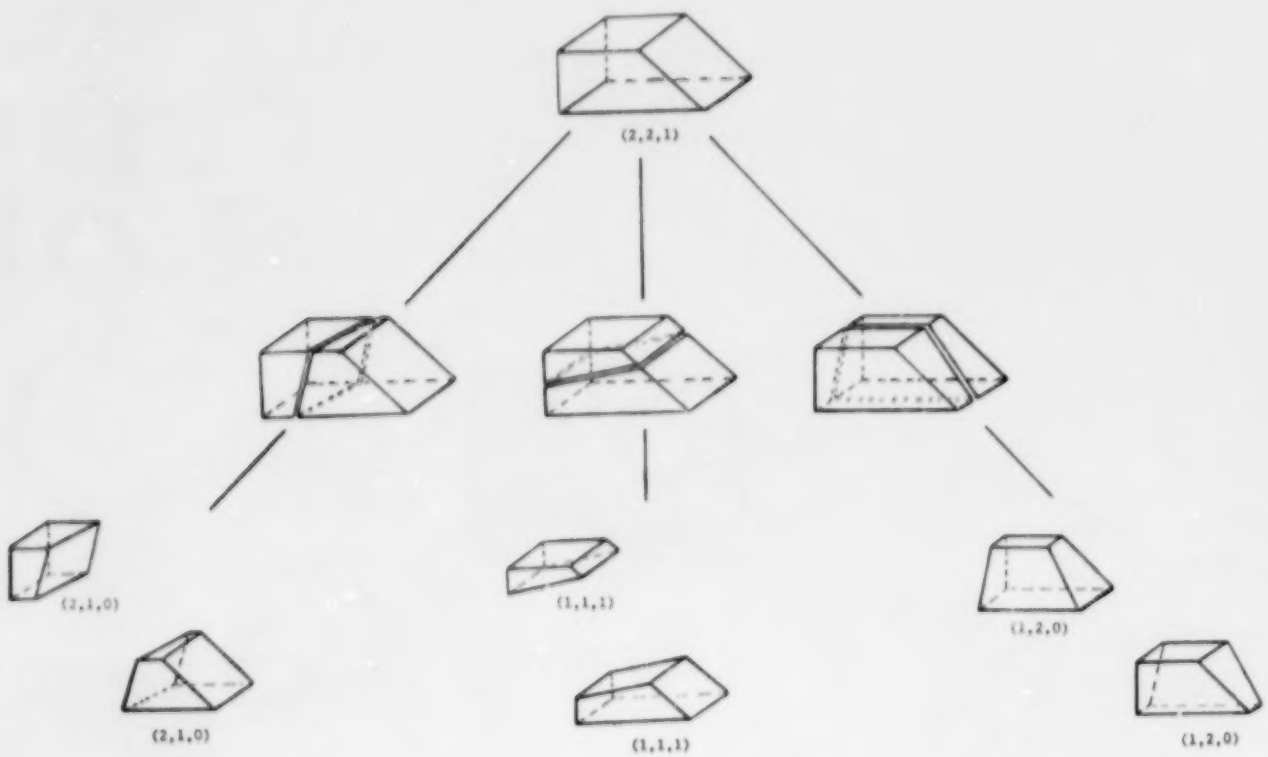
non-prisme

Voici un schéma qui structure les hexaèdres de la classe H(8,12) selon le nombre de propriétés qu'ils possèdent:

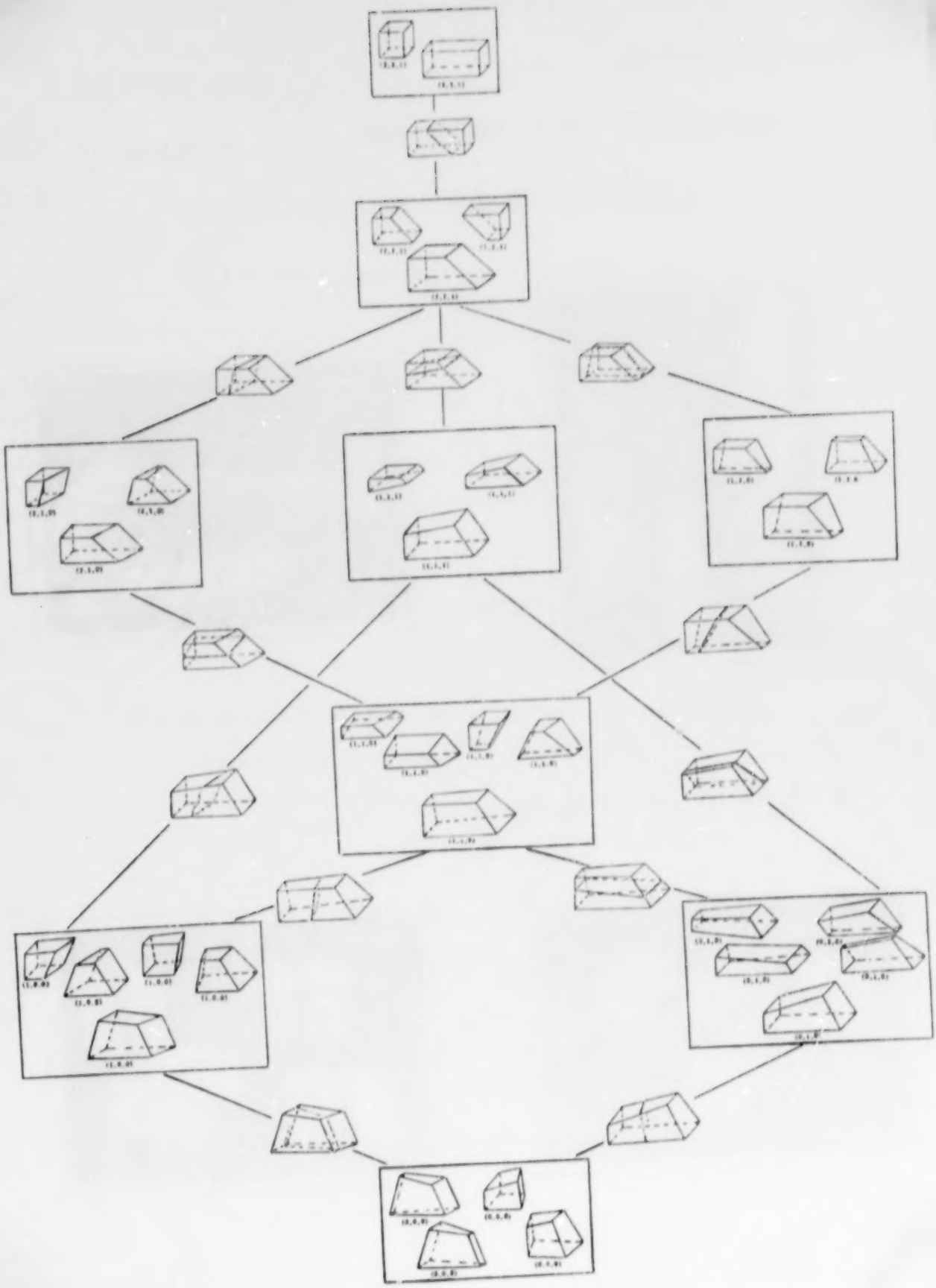


Les trois critères mentionnés permettent donc de subdiviser la classe des hexaèdres H(8,12) en neuf classes, chacune d'elle pouvant être symbolisée par un triplet de nombres naturels.

Le matériel comporte des représentants de chacune de ces neuf classes et il est bâti de telle sorte que deux représentants d'une classe donnée peuvent se composer pour former un représentant d'une classe supérieure. Par exemple, un représentant de la classe (2,2,1) peut être formé à partir de deux représentants de la classe (2,1,0) ou à partir de deux blocs faisant partie de la classe (1,1,1) ou encore, à partir de deux représentants de la classe (1,2,0). Voici un tableau illustrant cet exemple:



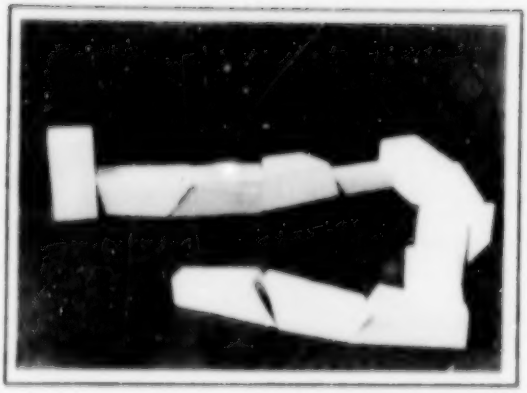
Le schéma ci-après illustre toutes les possibilités de composition, ou de décomposition offertes par le matériel. Le trait indique que deux hexaèdres d'une classe inférieure peuvent se composer pour former un hexaèdre d'une classe supérieure, ou inversement, un hexaèdre d'une classe supérieure peut être coupé de façon à engendrer deux hexaèdres d'une classe inférieure.



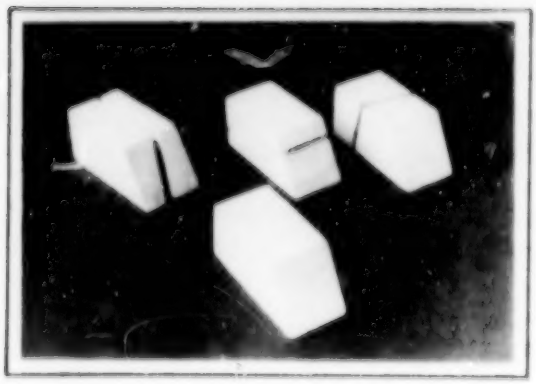
SUGGESTION D'ACTIVITES

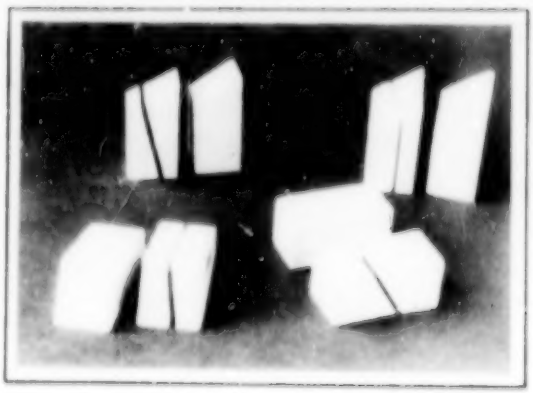
A <u>Exploration libre</u>: *VOIR TOUCHER AGIR*

a) Réalisation de constructions diverses:



b) Activités de composition de blocs:





B Exploration guidée:

1. Observation

1.1 Découverte de propriétés communes à tous les blocs

a) Activité de comptage: nombre de faces
nombre de sommets
nombre d'arêtes

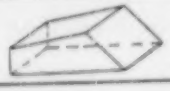
b) Observation de la forme des faces (quadrilatères)

c) Conception d'un hexaèdre de la classe H(8,12) en tant que triplet de paires de faces opposées reliées par des quadruplets d'arêtes.

1.2 Découverte de différences (critères de discrimination)

- Parallélisme de faces
- Parallélisme d'arêtes
- Prisme ou non-prisme

Comparaison de deux blocs:

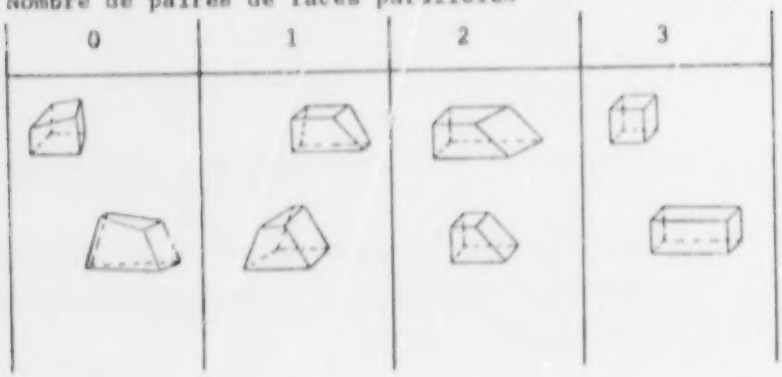
	
- 1 paire de faces parallèles - 1 quadruplet d'arêtes parallèles - prisme	- 1 paire de faces parallèles - 2 quadruplets d'arêtes parallèles - non-prisme

2. Classification

2.1 Selon un seul critère

- nombre de paires de faces parallèles
- nombre de quadruplets d'arêtes parallèles
- prisme ou non-prisme.

Nombre de paires de faces parallèles



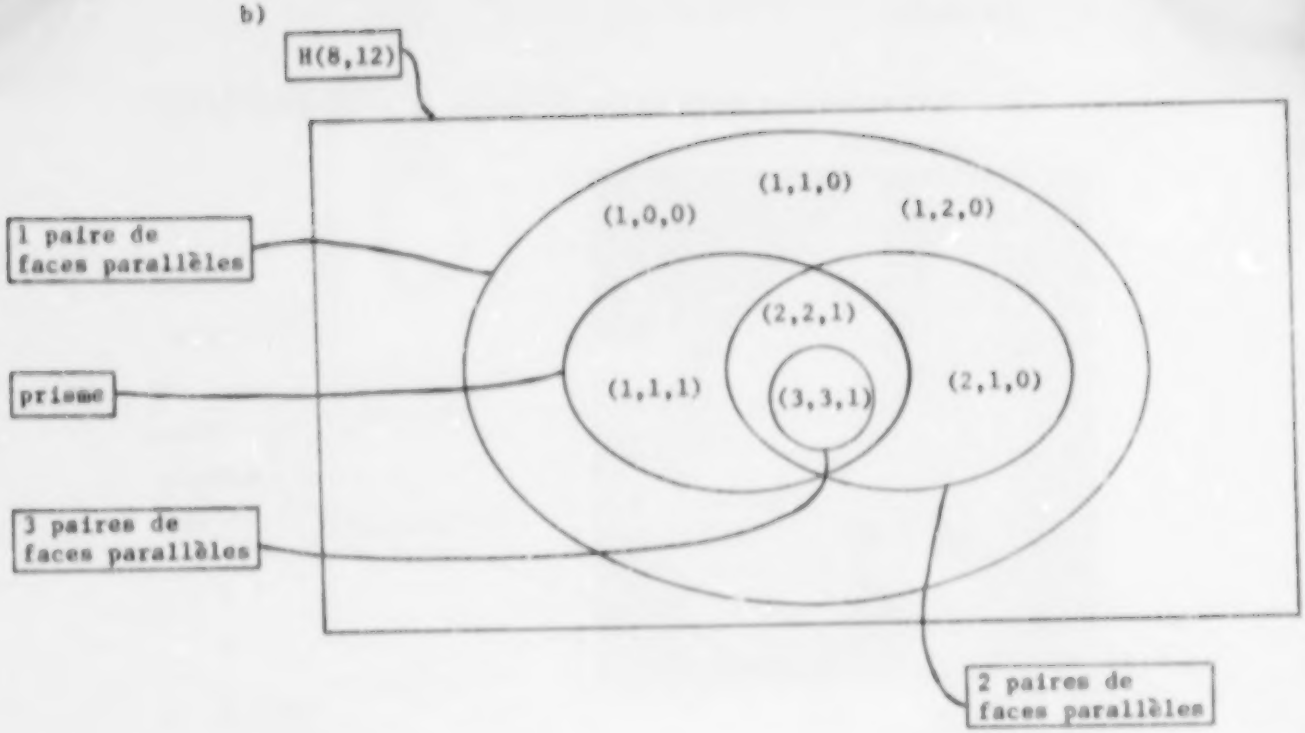
2.2 Selon deux critères

a)

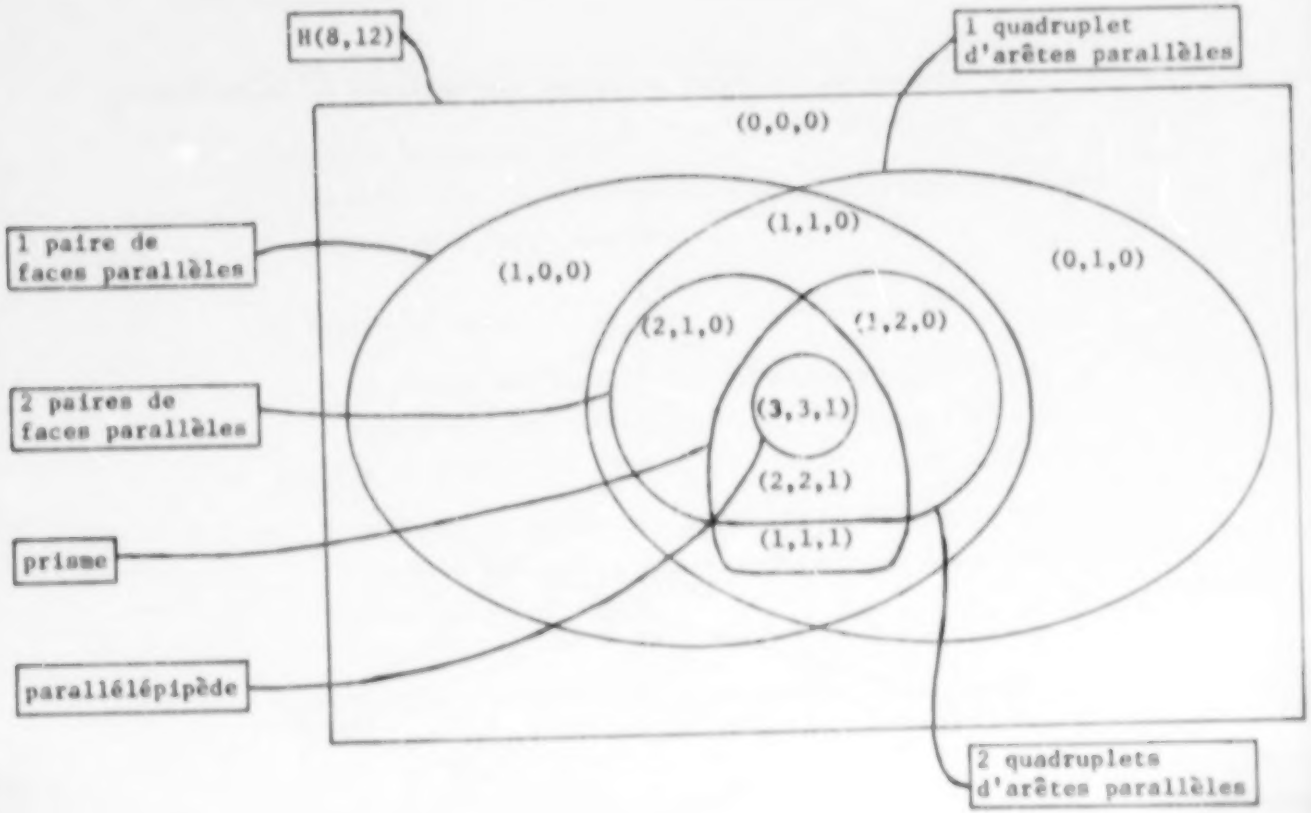
Nombre de quadruplets d'arêtes parallèles

Nombre de paires de faces parallèles	0	1	2	3
0	(0,0)	(0,1)		
1	(1,0)	(1,1)	(1,2)	
2		(2,1)	(2,2)	
3				(3,3)

b)

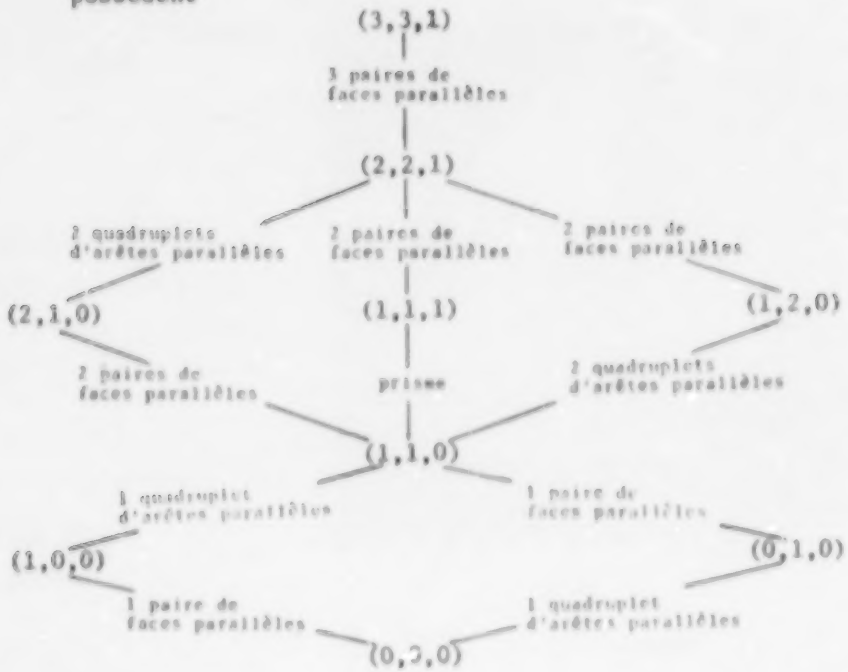


2.3 Selon 3 critères

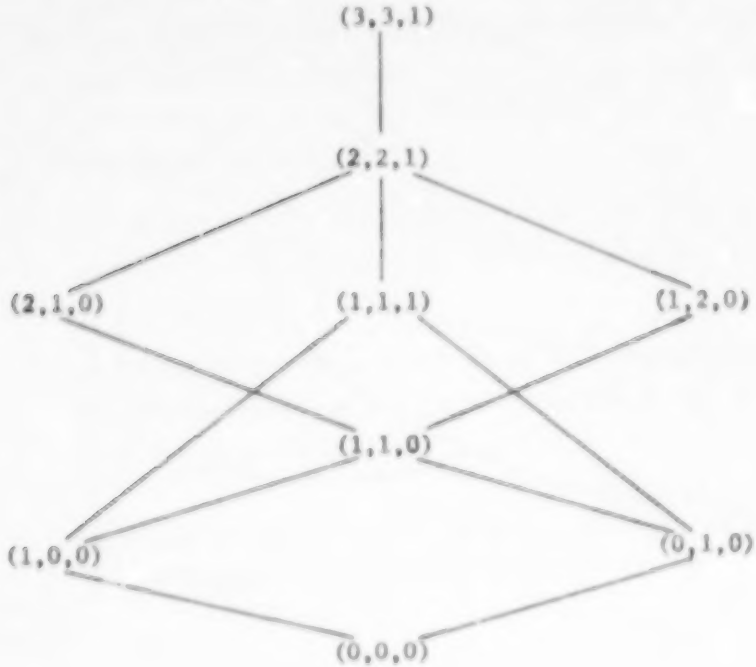


3. Sériation

a) Ordination des blocs selon le nombre de propriétés qu'ils possèdent



b) Ordination des blocs selon les possibilités de composition ou de décomposition



C Activité de transfert

Application des concepts géométriques relatifs aux hexaèdres à des objets pris dans l'environnement.

D Approfondissement

1. Introduction de concepts géométriques liés à ceux déjà acquis

- Tronc de prisme hexaèdre:
  hexaèdre ayant au moins un quadruplet d'arêtes parallèles reliant deux faces opposées.

- La notion de droit:
  - un prisme est dit droit si le quadruplet d'arêtes parallèles est perpendiculaire à la paire de faces qu'il relie;
  - un tronc de prisme est dit droit si le quadruplet d'arêtes parallèles est perpendiculaire à une des deux faces qu'il relie.

- Discrimination au niveau de la forme des faces: types de quadrilatères.

2. Etablissement de liens entre ces nouveaux concepts et ceux déjà acquis

a)

Nombre de paires de faces parallèles	Prisme	Non-prisme
0		0, 1 ou 2 parallélogrammes
1	4 parallélogrammes	0, 1 ou 2 parallélogrammes
2	4 parallélogrammes	2 parallélogrammes
3	6 parallélogrammes	

b)

Prisme		Tronc de prisme (non-prisme)	
Classe	Forme des bases	Classe	Forme des bases
(3,3,1)	parallélogrammes	(2,1,0)	parallélogrammes
(2,2,1)	trapèzes	(1,2,0) (1,1,0)	trapèzes
(1,1,1)	quadrilatères quelconques	(0,1,0)	quadrilatères quelconques

3. Elaboration de nouvelles définitions à partir de la forme des faces

Définitions déjà connues	Nouvelles définitions (hypothèses)

Prisme

hexaèdre ayant une paire de faces parallèles reliées par

un quadruplet d'arêtes parallèles	une ceinture de parallélogrammes

Prisme droit

prisme dont

les arêtes latérales sont perpendiculaires aux bases	la ceinture est une ceinture de parallélogrammes rectangles

Tronc de prisme

hexaèdre possédant

un quadruplet d'arêtes parallèles	une ceinture de trapèzes reliant deux faces opposées

Tronc de prisme droit

tronc de prisme dont

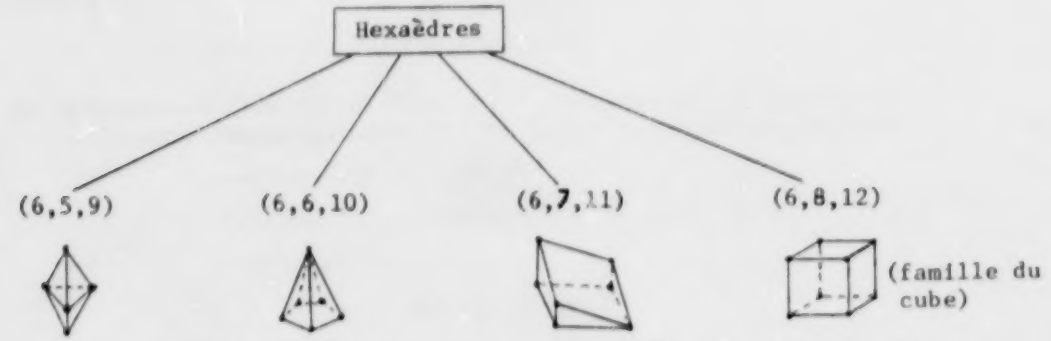
le quadruplet d'arêtes parallèles est perpendiculaire à une des deux faces qu'il relie	la ceinture est une ceinture de trapèzes rectangles

E Elargissement

1. Composition et décomposition

La recherche de nouvelles façons de composer et de décomposer les hexaèdres, en plus de stimuler l'imagination spatiale, peut servir d'activité d'introduction à l'exploration d'un plus grand ensemble de blocs hexaèdres de la classe H(8,12). Cet ensemble, constitué de 52 blocs, concrétise plusieurs possibilités relativement aux activités de composition et de décomposition.

2. Elargissement du concept hexaèdre



En plus des 33 blocs hexaèdres de la classe H(8,12), le matériel comprend un représentant de chacune des trois autres classes d'hexaèdres.

3. Etude des quadrilatères

Une propriété commune aux hexaèdres de la classe H(8,12) est que toutes leurs faces sont des quadrilatères. Cette observation peut justifier l'amorce d'activités favorisant le développement du concept quadrilatère.

4. Comparaison de volume

L'activité d'imaginer des façons d'effectuer une coupe dans un hexaèdre de manière à obtenir deux blocs de même volume peut motiver l'exploration d'un nouveau matériel permettant d'illustrer la notion de conservation de volume.

MATERIELS COMPLEMENTAIRES

1. Diaporama HEXAEDRES DE LA FAMILLE DU CUBE (versions française & anglaise)

   - série de blocs hexaèdres
   - série de fiches.

2. Grand ensemble de blocs hexaèdres

   - série de 52 blocs hexaèdres de la classe H(8,12) offrant une plus grande variété de possibilités relativement aux activités de composition et de décomposition.

3. Diaporama POLYEDRES

   - guide du maître
   - cahier de fiches
   - cahier de construction
   - tracé des 26 polyèdres
   - série de 26 blocs polyèdres accompagnée d'un guide d'exploration.

4. Matériel: conservation de volume

   - matériel constitué d'une série de blocs hexaèdres conçu spécifiquement pour concrétiser la notion de conservation de volume par des activités de composition et de décomposition.

5. Ensemble de quadrilatères

   - ensemble de 17 quadrilatères conçus à partir des propriétés de convexité, d'orthogonalité, de parallélisme de côtés et de symétries axiales.

Auteur D. Lunkenbein
Rédacteur J. Roy
Collaborateurs H. Allard, C. Goupille
Réalisateurs techniques P. Allard, H. Alberts

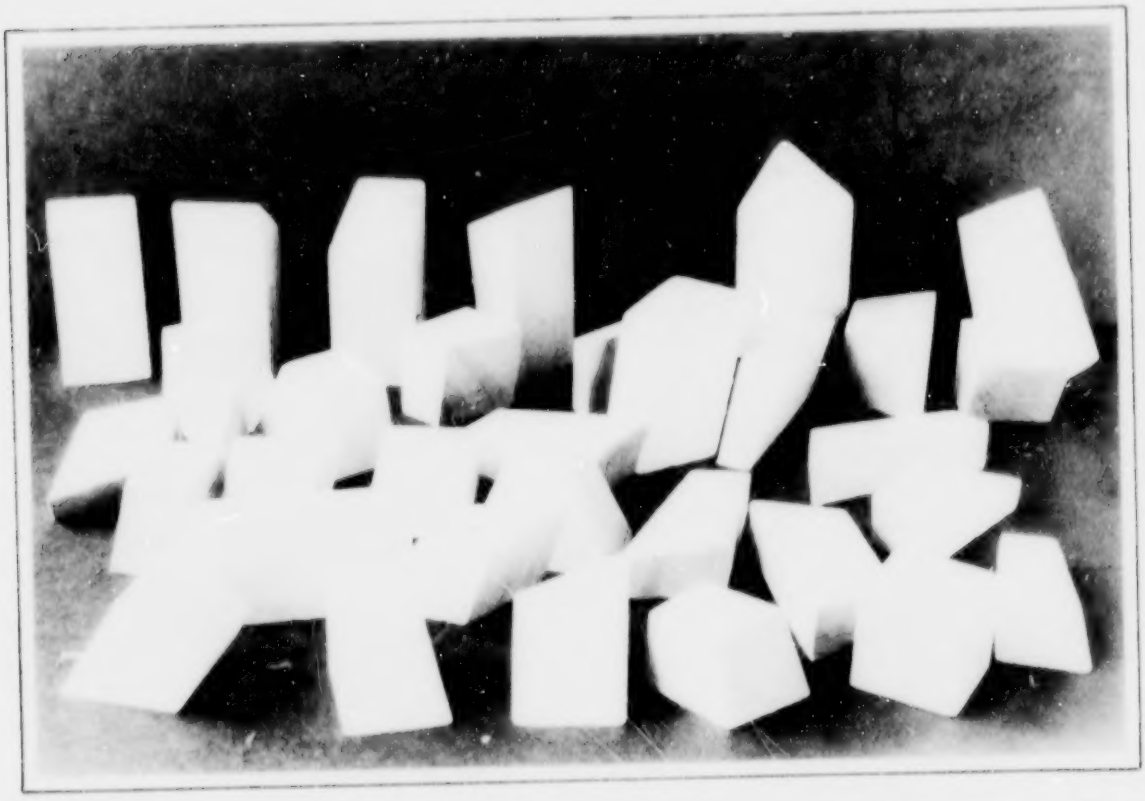
© 1981 *Section Enseignement, Département de mathématiques et d'informatique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada. J1K 2R1*

HEXAHEDRA (8,12)

(RELATIVES OF THE CUBE)

GENERAL DESCRIPTION

This concrete learning material is made of 33 hexahedra which belong to the class of convex hexahedra having 8 vertices and 12 edges H(8,12) and whose most known exemplar is the cube. Through activities of discrimination, classification and seriation, the student can be brought to progressive. realize a structuring process of the hexahedra H(8,12). The objective of the following material is to provide such a structuring with adequate concrete support.



Section enseignement, Département de mathématiques et d'informatique,
Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec. J1K 2R1

PARTICULAR DESCRIPTION

One property that is common to all hexahedra, relatives of the cube, is that they all have three pairs of opposite faces which can be either parallel or not. The opposite faces are linked together by a quadruple of edges which, in turn can be parallel or not. The parallelism of both the opposite faces and the edges that join them are two criteria permitting the beginning of a discrimination process among hexahedra.

A third criterion, that of prism, can be added to those two. An hexahedral prism can be defined using the two already elaborated criteria: it has at least one pair of parallel faces joined by a quadruple of parallel edges.

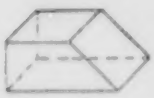
Thus, any exemplar of the H(8,12) class can be characterized by the following three criteria:

- number of pairs of parallel faces {0, 1, 2, 3}
- number of quadruples of parallel edges {0, 1, 2, 3}
- non-prism or prism { 0, 1 }

Each exemplar can thus be symbolized by a triple of natural numbers representing the value of each of the above mentioned criteria.

Examples:

a) (2,2,1)

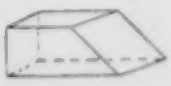


2 pairs of parallel faces

2 quadruples of parallel edges

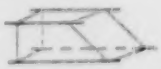
prism

b) (2,1,0)



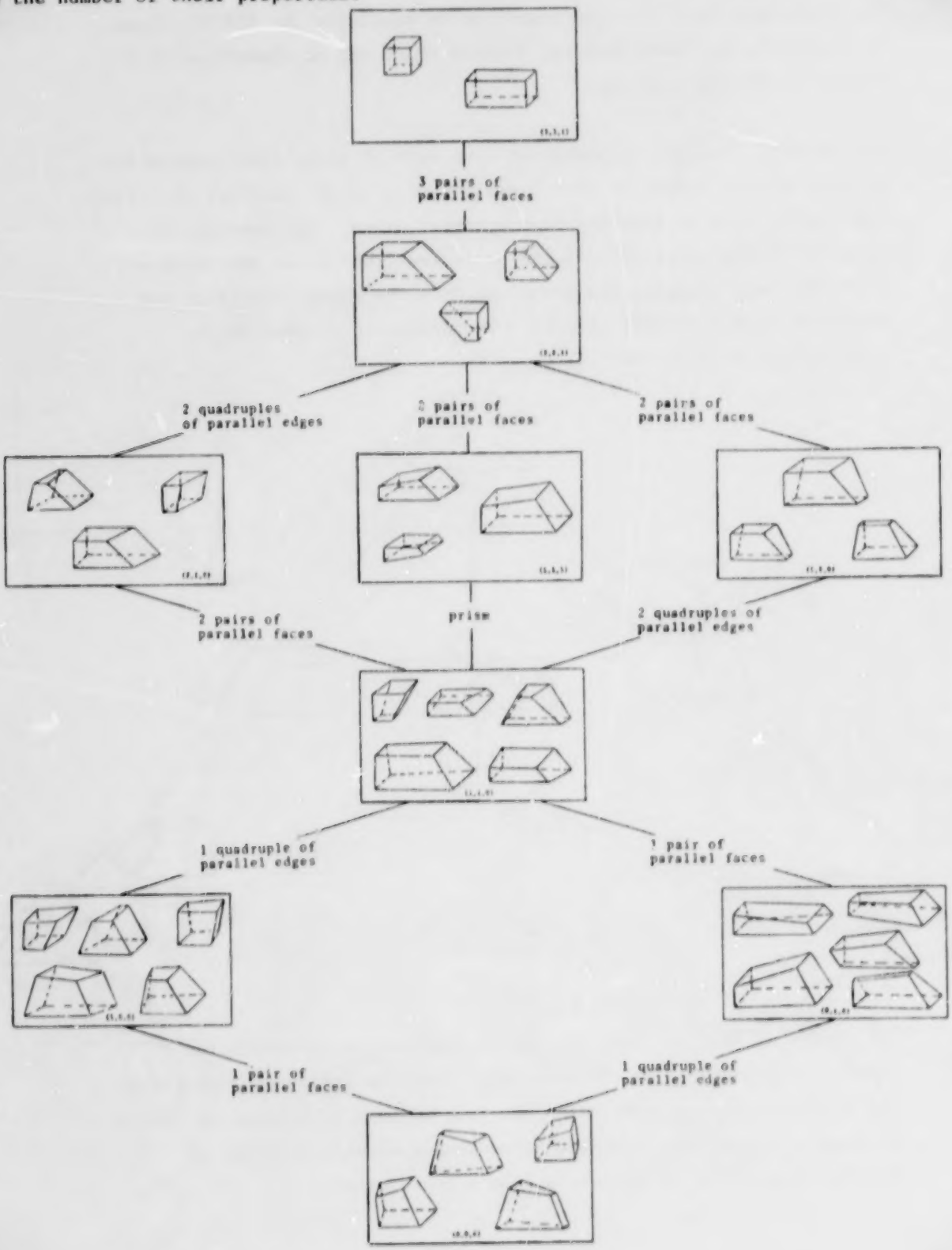
2 pairs of parallel faces

1 quadruple of parallel edges



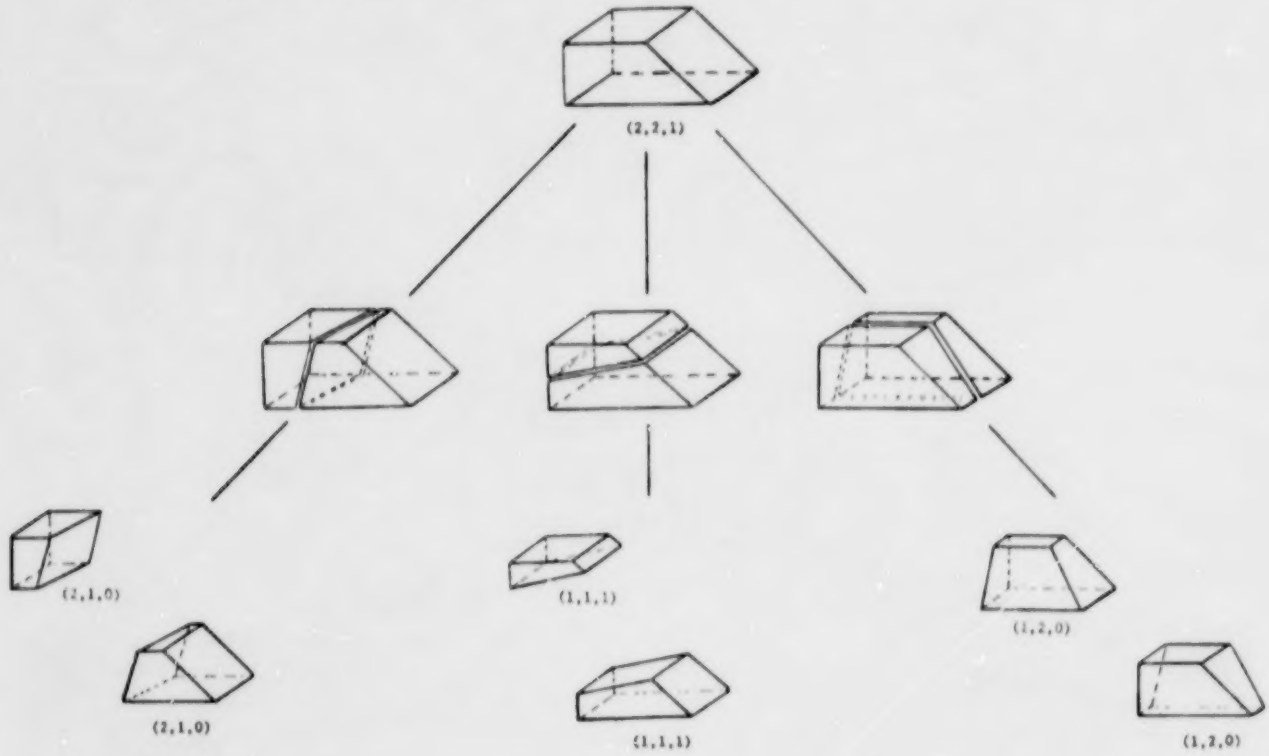
non-prism

Here is a diagram structuring the hexahedra of the class H(8,12) according to the number of their properties:

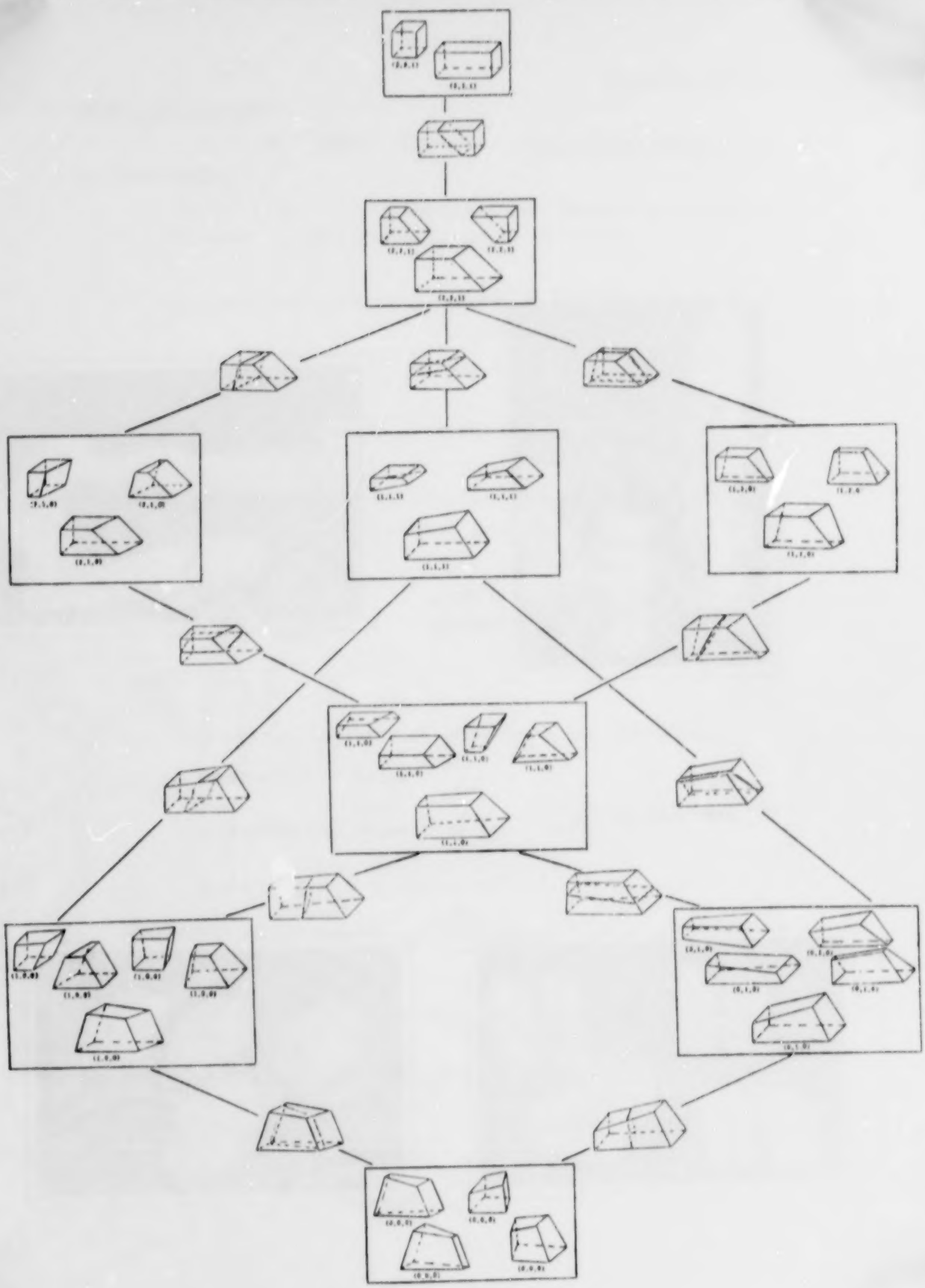


The above mentioned criteria enable us to subdivide the H(8,12) class of hexahedra into nine classes, each of which can be symbolised by a triple of natural numbers.

The material consists of exemplars from each of those nine classes and is made in such a way that two exemplars of a given class may be joined together to form an exemplar from a higher class. For example, an exemplar of the class (2,2,1) can be formed from either two exemplars from the class (2,1,0), two exemplars from the class (1,1,1) or two exemplars from the class (1,2,0). The following diagram is the illustration of such compositions.



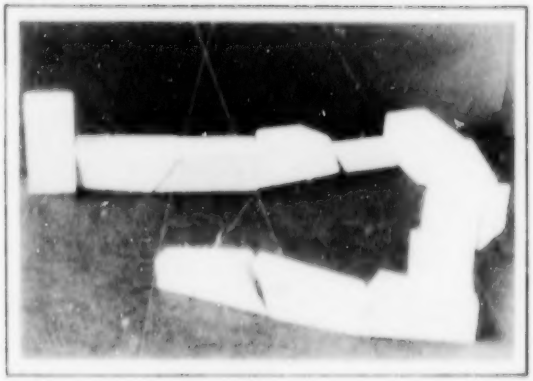
The following diagram gives all the composition or decomposition possibilities offered by the material. The line indicates either that two hexahedra from a lower class can join to form an hexahedron from a superior class or that one hexahedron from a higher class can be divided to produce two hexahedra from a lower class.



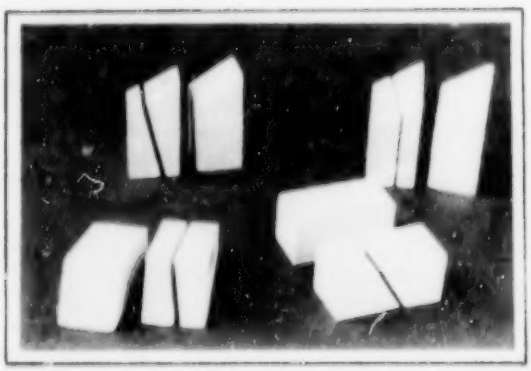
ACTIVITIES SUGGESTED

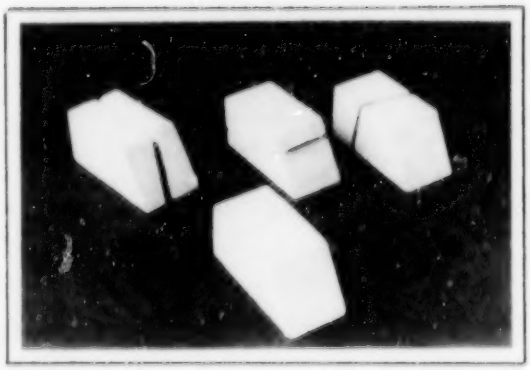
A Non-directed exploration: SEE TOUCH DO

a) Realizing various constructions:



b) Composing blocks:





B Guided exploration:

1. Observation

1.1 Discovery of properties common to all blocks

a) counting activities: number of faces
number of vertices
number of edges

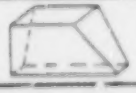
b) Observing the shape of the faces (quadrilaterals)

c) Conceiving any H(8,12) class hexahedron as a triple of pairs of opposite faces joined by quadruples of edges.

1.2 Discovery of differences (discriminating criteria)

- parallelism of faces
- parallelism of edges
- prism or non-prism

Comparison of two blocks

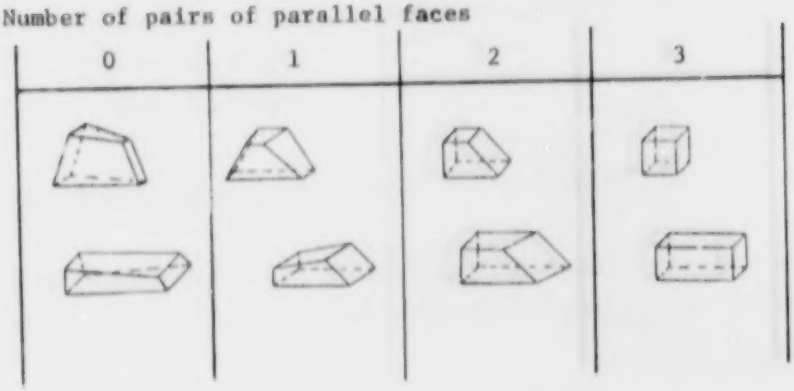
	
- 1 pair of parallel faces - 1 quadruple of parallel edges - prism	- 1 pair of parallel faces - 2 quadruples of parallel edges - non-prism

2. Classification

2.1 According to one criterion only

- number of pairs of parallel faces
- number of quadruples of parallel edges
- pri m or non-prism.

Number of pairs of parallel faces

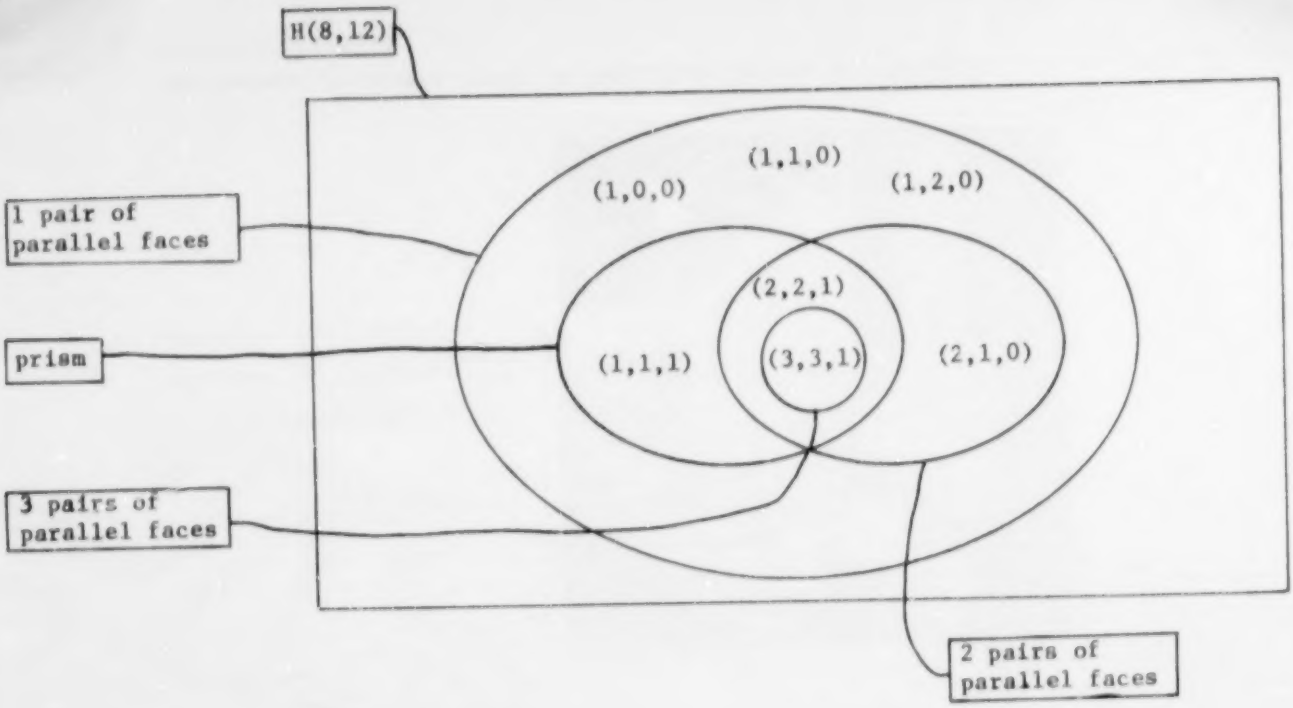


2.2 According to two criteria

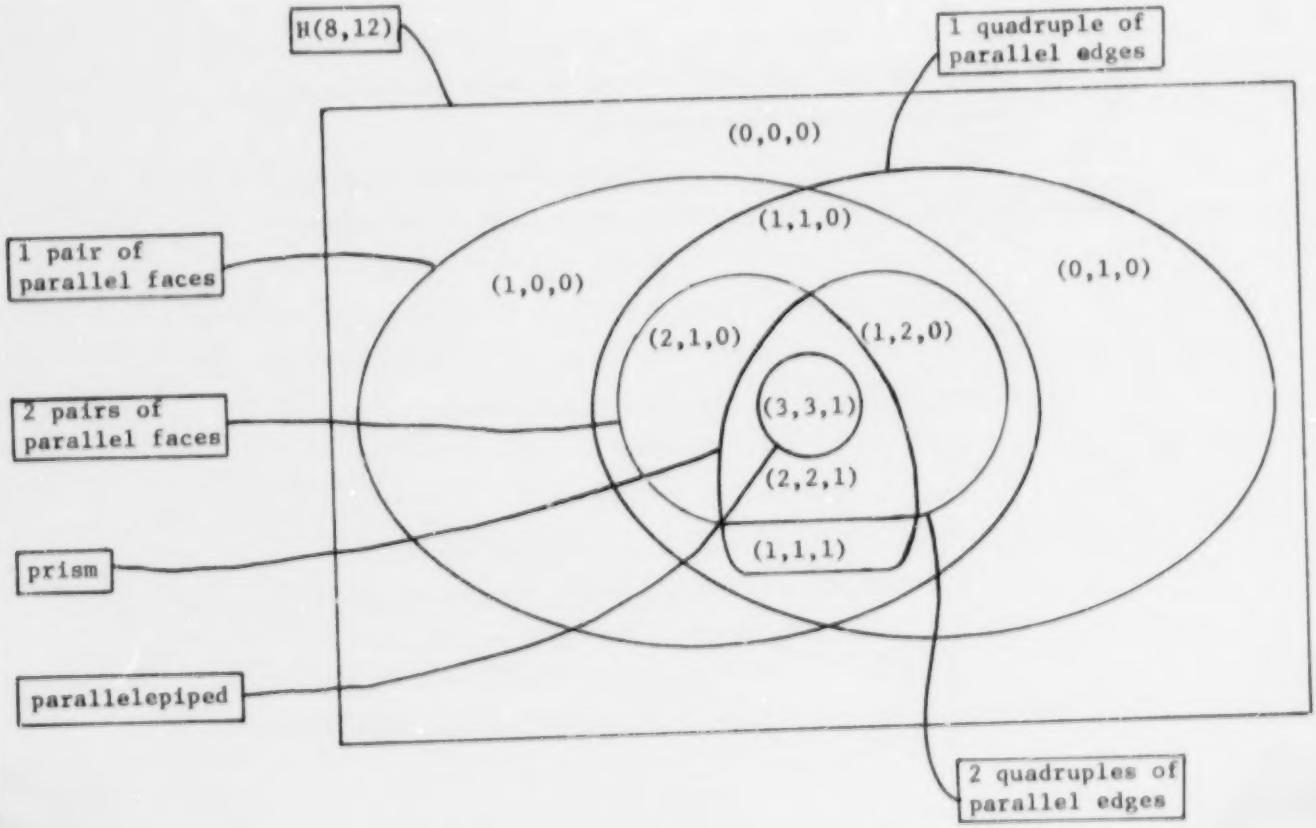
a)

Number of pairs of parallel faces \ Number of quadruples of parallel edges	0	1	2	3
0	(0,0)	(0,1)		
1	(1,0)	(1,1)	(1,2)	
2		(2,1)	(2,2)	
3				(3,3)

b)

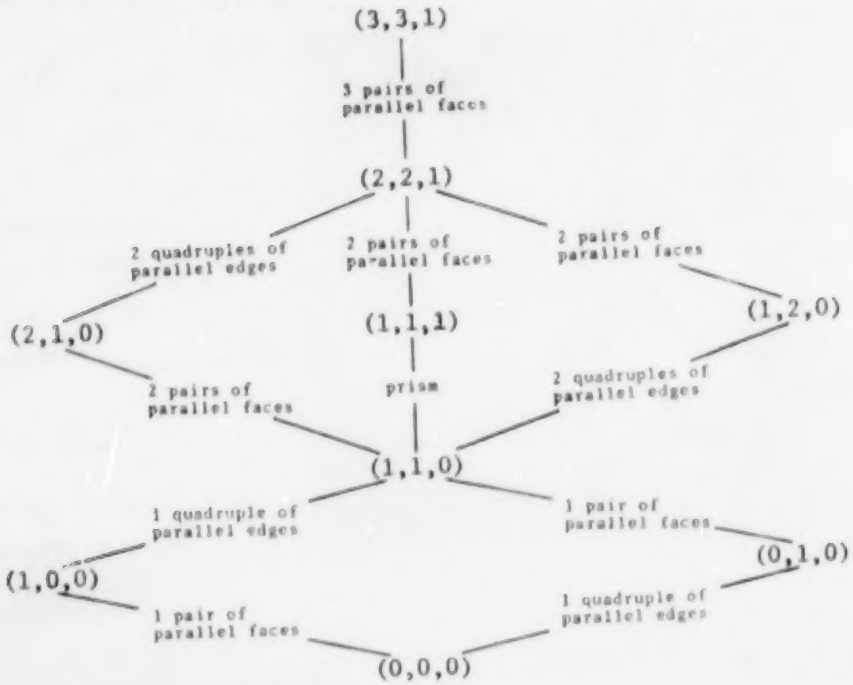


2.3 According to 3 criteria

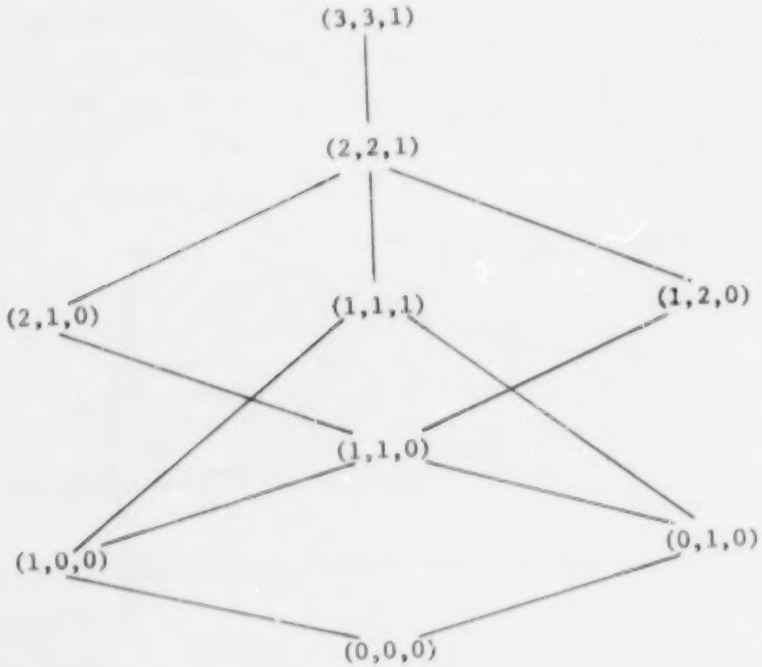


3. Seriation

a) Ordering the blocks according to their number of properties



b) Ordering the blocks according to their possibility of composition and decomposition



C Transfer activity

Applying geometrical concepts of hexahedra to objects of the environment

D Going deeper into the subject

1. The introduction of geometrical concepts related to those already acquired

- Truncated hexahedral prism:
  hexahedron having at least one quadruple of parallel edges joining two opposite faces.

- Notion of right:
  - a prism is said to be right if its quadruple of parallel edges is perpendicular to the pair of parallel faces it joins together;
  - a truncated prism is said to be right if its quadruple of parallel edges is perpendicular to one of the faces it joins together.

- Discriminating the shapes of faces: types of quadrilaterals.

2. Etablishing links between these new concepts and others already acquired

a)

Number of pairs of parallel faces	Prism	Non-prism
0		0, 1 or 2 parallelograms
1	4 parallelograms	0, 1 or 2 parallelograms
2	4 parallelograms	2 parallelograms
3	6 parallelograms	

b)

Prism		Truncated prism (non-prism)	
Class	Shape of bases	Class	Shape of bases
(3,3,1)	parallelograms	(2,1,0)	parallelograms
(2,2,1)	trapezoids	(1,2,0) (1,1,0)	trapezoids
(1,1,1)	quadrilaterals	(0,1,0)	quadrilaterals

3. Using the shapes of faces to elaborate new definitions

Already known definitions	New definitions (hypotheses)
Prism	
hexahedron having one pair of parallel faces joined by	
a quadruple of parallel edges	a "belt" of parallelograms

Right prism	
prism whose	
lateral edges are perpendicular to its bases	belt is made of rectangular parallelograms

Truncated prism	
hexahedron having	
a quadruple of parallel edges	a "belt" of trapezoids joining opposite faces

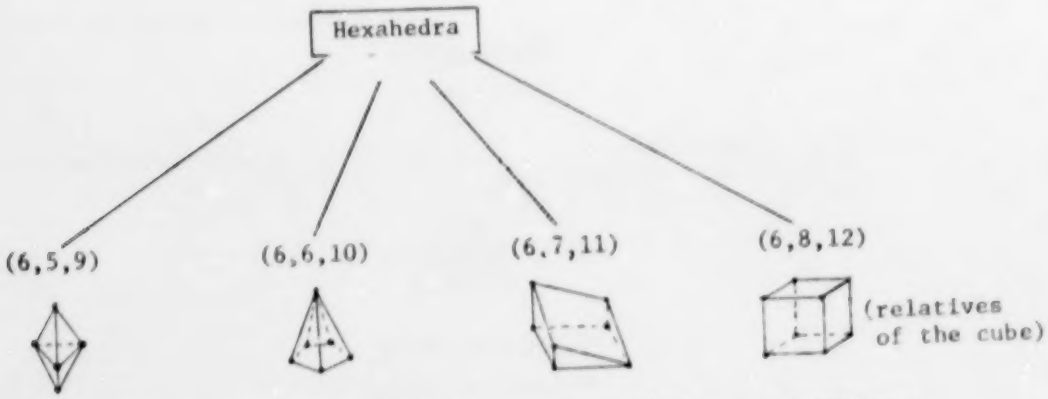
Right truncated prism	
truncated prism whose	
quadruple of parallel edges is perpendicular to one of the faces it joins together	belt is made of rectangular trapezoids

E Broadening

1. Composition and decomposition

Not only does the search for new ways of composing and decomposing hexahedra stimulate spatial imagination, it can also serve as an introductory activity leading to the exploration of a larger set of hexahedra blocks H(8,12). Such a set (52 exemplars) will permit a greater variety of composition and decomposition.

2. Broadening the concept "hexahedron"



Besides 33 exemplars H(8,12), the material includes one exemplar of each of the three other hexahedra classes.

3. Study of quadrilaterals

One property common to all hexahedra H(8,12) is the fact that their faces are all quadrilaterals. Such an observation may trigger off various activities aimed at developing the quadrilateral concept.

4. Comparing volumes

The activity which consists of imagining ways of cutting an hexahedron so as to get two blocks of equal volume may lead to the exploration of a new material that would illustrate the notion of "volume conservation".

COMPLEMENTARY MATERIALS

1. Diaporama THE RELATIVES OF THE CUBE (available in French or English)
   - set of blocks (hexahedra exemplars)
   - set of accompanying worksheets.

2. Large set of blocks (hexahedra exemplars)
   - set of 52 hexahedra exemplars H(8,12) permitting a greater variety of possibilities with regard to activities of composition and decomposition.

3. Diaporama (slides) POLYEDRES
   - teacher's guide
   - construction booklet
   - accompanying worksheets
   - planar decomposition drawings of the 26 polyhedra
   - set of 26 polyhedra exemplars with an explanatory brochure.

4. Material "Volume Conservation"
   - material made of a set of blocks (hexahedra exemplars) aimed at putting the volume conservation notion in concrete form through activities of composition and decomposition.

5. Set of quadrilaterals
   - set of 17 quadrilaterals based on properties of convexity, orthogonalty, parallelism of sides and axial symmetries.

Author	D. Lunkenbein
Editor	J. Roy
Collaborators	H. Allard, C. Goupille
Production	P. Allard, H. Alberts

© 1981 Section Enseignement, Département de mathématiques et d'informatique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada. J1K 2R1